

ROZDZIAŁ XXVI.

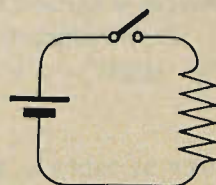
Powstawanie i znikanie prądów: ciągłe i oscylacyjne.¹⁾

1. Obwód z oporem omicznym. Gdy obwód pozbawiony samoindukcji i pojemności (rys. 278) zamkniemy, to prąd osiągnie od razu swą maksymalną wartość, zależną od wielkości siły elektromotorycznej ogniwa E i oporu omicznego obwodu R .

Prąd w każdej chwili będzie:

$$i = \frac{E}{R}.$$

Wielkość jego, jak to widzimy ze wzoru, nie zależy od czasu.



Rys. 278.

2. Obwód z oporem omicznym i samoindukcją. Przypadek omówiony w § 1 jest idealny; w praktyce obwód zawsze ma pewną pojemność i samoindukcję (rys. 279). Pojemność wprowadzić jest częstokroć mała, można ją więc pominąć, konieczne jednak trzeba uwzględnić samoindukcję.

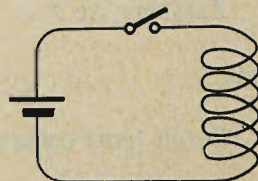
Oznaczmy siłę elektromotoryczną samoindukcji przez E_s , a współczynnik samoindukcji — przez L ; wtedy:

$$i_t = \frac{E + E_{st}}{r},$$

$$E_{st} = -L \cdot \frac{di_t}{dt},$$

a więc:

$$i_t = \frac{E - L \cdot \frac{di_t}{dt}}{r}.$$



Rys. 279.

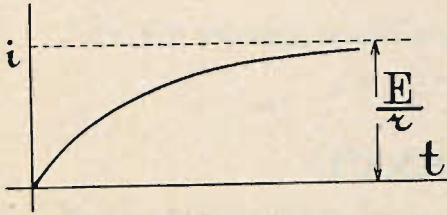
Z tych wzorów wypada, że przy powstawaniu prądu w obwodzie po zamknięciu wyłącznika, prąd nie może osiągnąć od razu wielkości:

$$\frac{E}{r},$$

ponieważ przy wzmaganiu się prądu powstaje siła elektromotoryczna samoindukcji, skierowana przeciwko prądowi.

¹⁾ Szczegóły patrz w książce F. Badella i A. C. Crehore'a: „Theorie der Wechselströme“. (Oryginał tej książki jest pisany po angielsku).

Doświadczenie poucza, że zależność prądu od czasu wyraża się krzywą, która ma kształt wskazany na rys. 280; jest to krzywa tak zwana logarytmiczna, zbliżająca się asymptotycznie do prostej, poprowadzonej na odległości $\frac{E}{r}$ od osi odciętych.



Rys. 280.

Prąd osiąga więc dokładnie wartość $\frac{E}{r}$ dopiero po upływie nieskończenie długiego czasu.

W obwodach, najczęściej spotykanych w praktyce, wielkość prądu już po upływie bardzo drobnej części sekundy różni się nieznacznie tylko od wielkości $\frac{E}{r}$.

Teoretycznie zależność siły prądu od czasu da się znaleźć w obwodach z samoindukcją w sposób następujący:

Z powyższych równań mamy:

$$\begin{aligned} i_t \cdot r &= E - L \cdot \frac{di_t}{dt}, \\ L \cdot \frac{di_t}{dt} &= E - i_t \cdot r, \\ r \cdot \frac{di_t}{E - i_t \cdot r} &= r \cdot \frac{dt}{L}. \end{aligned}$$

Całkując to równanie, otrzymamy:

$$-\log_n (E - i_t \cdot r) = \frac{r \cdot t}{L} + k,$$

gdzie k — dowolna wielkość stała.

Założmy, że $k = -\log_n K$,

wtedy:
$$\log_n (E - i_t \cdot r) - \log_n K = -\frac{r \cdot t}{L}.$$

Jeżeli teraz oznaczymy zasadę logarytmów naturalnych przez ϵ , (epsilon), to:

$$\frac{E - i_t \cdot r}{K} = \epsilon^{-\frac{r \cdot t}{L}},$$

stąd:

$$i_t = \frac{E}{r} - \frac{K}{r} \cdot \epsilon^{-\frac{r \cdot t}{L}} \quad \dots \quad (a)$$

Jest to równanie ogólne, wyrażające zależność prądu od czasu:

Jeżeli rozważamy prąd powstający, to przy $t = 0$, $i_t = 0$. Podstawiając te wartości dla t i i_t w równanie prądu (a), otrzymamy:

$$0 = \frac{E}{r} - \frac{K}{r},$$

więc:

$$K = E.$$

Podstawiając tę wartość dla K , w równanie prądu (a), otrzymamy:

$$i_t = \frac{E}{r} \left(1 - e^{-\frac{rt}{L}} \right).$$

Przy $t = 0$, $e^{-\frac{rt}{L}} = 1$; wraz z czasem wielkość ta stopniowo zmniejsza się i przy $t = \infty$, $e^{-\frac{rt}{L}}$ równa się 0, wtedy:

$$i_t = \frac{E}{r}.$$

Prędkość, z jaką prąd wzrasta, zależy od spólczynnika:

$$\frac{r}{L}.$$

Im r jest większe, a L mniejsze, tym prędzej wartość $e^{-\frac{rt}{L}}$ zbliża się do zera, tym prędzej więc zwiększa się prąd.

Spólczynnik $\frac{r}{L}$ nazywa się stałą czasu; zależy on, jak to widać ze wzoru, od własności obwodu elektrycznego; dlatego też mówimy zwykle o stałej czasu dla danego obwodu elektrycznego.

Przykład. $E = 1,5 \text{ V}$, $r = 1 \text{ } \Omega$, $L = 0,1 \text{ H}$. Obliczmy czas, po upływie którego prąd będzie miał siłę równającą się połowie największej siły, jaka ustaliłaby się po upływie czasu nieskończenie długiego.

Stosownie do zadania prąd ma być

$$i = \frac{1}{2} \cdot \frac{1,5}{1} = 0,75 \text{ A},$$

$$\frac{r}{L} = \frac{1}{0,1} = 10.$$

$$0,75 = 1,5 (1 - e^{-10t}),$$

stąd:

$$t = 0,0694 \text{ sekundy. } ^1)$$

Obliczmy jeszcze przy tych samych danych, jaką część ustalonego prądu (1,5 A) wyniesie siła prądu po upływie 0,5 sekundy. Otóż:

$$i_t = \frac{E}{r} \left(1 - e^{-10 \cdot 0,5} \right) = \frac{E}{r} \cdot 0,99327.$$

Tym sposobem po upływie pół sekundy od chwili zamknięcia obwodu siła prądu będzie się różniła od tej siły, jaka ustaliłaby się po upływie czasu nieskończenie długiego, o 0,673 procentu.

¹⁾ $e = 2,718 \dots$

Przy przerywaniu prądu zmiana prądu w czasie zależy przede wszystkim od tego, w jaki sposób odbywa się przerywanie połączenia w wyłączniku, t. j. w jaki sposób zmienia się opór kontaktu, ¹⁾ przez rozłączenie którego przerywa się obwód.

Gdyby kontakt można było rozłączyć raptownie, tak, że opór jego od małej części oma powiększyłby się odrazu, do nieskończoności, to prąd byłby przerywany w jednej chwili, raptownie. W rzeczywistości jednak ścisłość styku osłabia się zawsze stopniowo, a nadto powstaje tu jeszcze iskra albo tak zwany łuk pomiędzy rozsuwającymi się powierzchniami. Iskra i łuk stanowią strumień rozżarzonych gazów i pary, jaka tworzy się z rozsuwających się powierzchni przewodników. W tych warunkach opór w miejscu przerwy zwiększa się oczywiście stopniowo i odpowiednio do tego słabnie siła prądu.

Przy zmniejszaniu się siły prądu w obwodzie powstaje siła elektromotoryczna samoindukcji zgodna z prądem, która dodaje się do siły elektromotorycznej źródła prądu i może wywołać bardzo znaczne napięcie pomiędzy rozsuwającymi się w kontakcie powierzchniami.

Oznaczmy przez E siłę elektromotoryczną źródła prądu, przez E_{st} — siłę elektromotoryczną samoindukcji, przez i_t — siłę prądu, przez r — opór obwodu, a przez R — opór w kontakcie, który zaczynamy przerywać. Na zasadzie prawa Ohma możemy napisać:

$$i_t = \frac{E + E_{st}}{r + R}.$$

$$i_t \cdot r + i_t \cdot R = E + E_{st}.$$

Przy przerywaniu prądu jest taka chwila, gdy R staje się znacznie większe od r , wtedy w przybliżeniu:

$$i_t R = E + E_{st}.$$

Iloczyn $i_t R$ jest napięciem między rozsuwanymi powierzchniami kontaktu. Wypada więc, że to napięcie równa się sumie sił elektromotorycznych źródła prądu i samoindukcji. Przy znacznej samoindukcji suma ta może być wiele razy większą od siły elektromotorycznej źródła prądu. Jest to, tak zwana, wyżka napięcia przy przerywaniu prądu w obwodzie z samoindukcją. Za pomocą wzorów można wyjaśnić przebieg zjawiska przerywania prądu w sposób następujący.

Założmy, że opór obwodu r , w którym płynie narazie stały prąd J został zwiększony o R ; wtedy cały opór obwodu będzie $r + R$.

Po wprowadzeniu oporu dodatkowego R prąd stopniowo będzie się zmniejszał. Stosując do tego przypadku równanie (a) str. 248, otrzymamy:

$$i_t = \frac{E}{r + R} - \frac{K}{r + R} \cdot e^{-\frac{(r+R) \cdot t}{L}}.$$

Ponieważ przy $t = 0$, $i_t = J$, przeto:

$$J = \frac{E}{r + R} - \frac{K}{r + R},$$

¹⁾ „Kontakt“ znaczy styk, zetknięcie.

i stąd:

$$K = E - J \cdot (r + R).$$

Na zasadzie prawa Ohma:

$$E = J \cdot r,$$

więc:

$$K = -J \cdot R.$$

Wprowadzając tę wartość dla K w równanie prądu, otrzymamy:

$$i_t = \frac{E}{r + R} + \frac{J \cdot R}{r + R} \cdot e^{-\frac{(r+R) \cdot t}{L}},$$

albo, uwzględniając, że $E = Jr$:

$$i_t = \frac{E}{r + R} \left(1 + \frac{R}{r} \cdot e^{-\frac{(r+R) \cdot t}{L}} \right).$$

Jest to oczywiście wzór krzywej ab (rys. 281), która jest asymptotyczną do prostej równoległej do osi odciętych, przeprowadzonej na odległości $\frac{E}{r + R}$.

Wzór ten ma szczególną wartość ze względu na to, że daje możność obliczenia siły elektromotorycznej samoindukcji, powstającej w tym przypadku.

Siła elektromotoryczna samoindukcji będzie:

$$E_{st} = -L \cdot \frac{di_t}{dt}.$$

Różniczkując wzór dla i_t , otrzymamy:

$$E_{st} = L \cdot \frac{J \cdot R}{r + R} \cdot \frac{r + R}{L} \cdot e^{-\frac{(r+R) \cdot t}{L}}.$$

a więc:

$$E_{st} = J \cdot R \cdot e^{-\frac{(r+R) \cdot t}{L}},$$

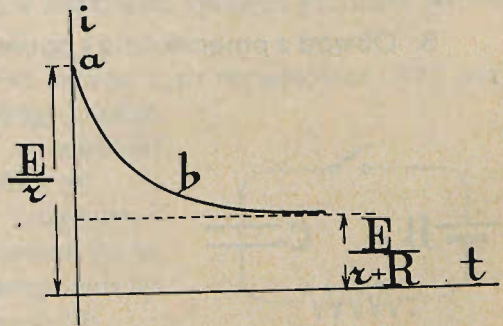
albo też podstawiając $J = \frac{E}{r}$:

$$E_{st} = E \frac{R}{r} \cdot e^{-\frac{(r+R) \cdot t}{L}}.$$

Na początku zmiennego okresu prądu przy $t = 0$, E_{st} będzie oczywiście największe; podstawiając w powyższe równanie zero zamiast t , otrzymamy:

$$E_{s0} = E \frac{R}{r}.$$

Tym sposobem siła elektromotoryczna samoindukcji w pierwszej chwili będzie tyle razy większa od siły elektromotorycznej źródła prądu, ile razy opór dodatkowy jest większy od pierwotnego oporu obwodu.



Rys. 281.

Podobna siła elektromotoryczna powstaje też ożywiście przy zupełnym przerwaniu obwodu, i wtedy może ona stać się bardzo znaczna. Wielka siła elektromotoryczna samoindukcji będzie trwać tym dłużej, im większy jest współczynnik samoindukcji obwodu. Wynika to z równania dla E_{st} .

Można obliczyć czas t_1 , po upływie którego wielkość siły elektromotorycznej samoindukcji będzie wynosiła połowę jej największej wartości. Załóżmy, że

$$E_{st} = \frac{1}{2} E \frac{R}{r}, \text{ wtedy:}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\frac{r+R}{L} \cdot t_1},$$

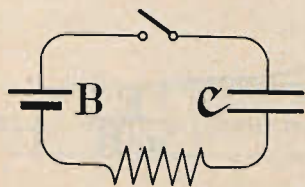
a logarytmując to równanie, otrzymamy:

$$t_1 = -\frac{\log \frac{1}{2}}{\log e} \cdot \frac{L}{r+R} = 0,69 \frac{L}{r+R}.$$

Wzór ten wskazuje, że t_1 jest proporcjonalne do L .

Wielkość napięcia w miejscu przerwy obwodu nieraz zależy jeszcze w znacznym stopniu od pojemności różnych części obwodu, skutkiem tego, że w tym obwodzie zachodzą zjawiska rozważone w paragrafach następnych.

3. Obwód z pojemnością i oporem omicznym. Rozważmy prąd w obwodzie (rys. 282), składającym się z ogniwa galwanicznego B , kondensatora C , przewodników, łączących źródło prądu z kondensatorem i wyłącznika.



Rys. 282.

Po zamknięciu wyłącznika prąd będzie ładował kondensator aż do chwili, kiedy kondensator naładuje się do napięcia, równającego się sile elektromotorycznej ogniwa B .

Wzór, wyrażający zależność siły prądu od czasu, znajdziemy przez rozumowanie następujące:

Oznaczmy opór omiczny całego obwodu przez R , pojemność kondensatora przez C , siłę elektromotoryczną ogniwa przez E , siłę elektromotoryczną kondensatora przez E_{ct} , napięcie na kondensatorze przez e_c , prąd w obwodzie przez i_t , a ilość elektryczności zebranej na każdej z okładek kondensatora przez q_t .

Wtedy:

$$i_t = \frac{dq_t}{dt},$$

$$e_{ct} = \frac{q_t}{C},$$

$$E_{ct} = -e_{ct} = -\frac{q_t}{C},$$

$$i_t \cdot R = E + E_{ct},$$

a więc:

$$\frac{dq_t}{dt} \cdot R = E - \frac{q_t}{C},$$

$$-\frac{1}{C} \cdot \frac{dq_t}{E - \frac{q_t}{C}} = -\frac{dt}{R \cdot C}.$$

Całkując to równanie, otrzymamy:

$$\operatorname{logn} \left(E - \frac{q_t}{C} \right) = - \frac{t}{R \cdot C} + k.$$

Zakładając $k = \operatorname{logn} K$, otrzymamy:

$$\operatorname{logn} \left(E - \frac{q_t}{C} \right) - \operatorname{logn} K = - \frac{t}{R \cdot C},$$

$$\operatorname{logn} \frac{E - \frac{q_t}{C}}{K} = - \frac{t}{R \cdot C},$$

$$\frac{E - \frac{q_t}{C}}{K} = \varepsilon^{-\frac{t}{R \cdot C}} \dots \dots \dots (b)$$

W chwili $t = 0$, $q_t = 0$, zatem:

$$\frac{E}{K} = 1,$$

$$K = E,$$

a więc:

$$\frac{E - \frac{q_t}{C}}{E} = \varepsilon^{-\frac{t}{R \cdot C}}.$$

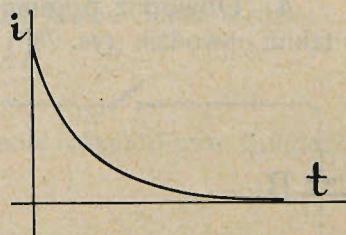
Tym sposobem:

$$q_t = E \cdot C \left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{R \cdot C}} \right),$$

a prąd:

$$i_t = \frac{dq_t}{dt} = \frac{E}{R} \varepsilon^{-\frac{t}{R \cdot C}}.$$

Krzywa, wyrażająca zależność prądu ładującego od czasu, będzie miała kształt przedstawiony na rys. 283; zbliża się ona asymptotycznie do osi t , a przy $t = 0$, $i_0 = \frac{E}{R}$.

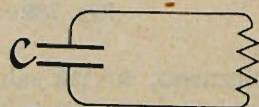


Rys. 283.

Łącząc okładki naładowanego kondensatora obwodem o oporze R , wyładowujemy go przez ten opór (rys. 284).

Zmienność prądu wyładowującego wyrazi się wzorem, który łatwo otrzymamy ze wzoru (b), zakładając $E = 0$ ¹⁾. Z tego wzoru wynika, że:

$$-\frac{\frac{q_t}{C}}{K} = \varepsilon^{-\frac{t}{R \cdot C}}.$$



Rys. 284.

¹⁾ Jeżeli porównamy rys. 282 i 284, łatwo spostrzeżemy, że gdy siła elektromotoryczna ogniwa równa się zeru, obwód rysunku 282 przekształca się w obwód rysunku 284.

Jeżeli rozważamy wyładowanie, to w chwili $t = 0$, mamy kondensator naładowany ilością elektryczności wynoszącą np. Q na każdej okładce.

Wtedy:

$$q_0 = Q,$$

$$\frac{-\frac{Q}{C}}{K} = 1,$$

czyli:

$$K = -\frac{Q}{C}.$$

Wtedy:

$$\frac{\frac{q_t}{C}}{\frac{Q}{C}} = e^{-\frac{t}{R \cdot C}},$$

$$q_t = Q \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}},$$

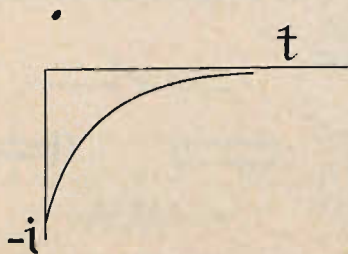
$$i_t = \frac{dq_t}{dt} = -Q \cdot \frac{1}{R \cdot C} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}.$$

a ponieważ:

$$Q = e_c \cdot C,$$

przeto:

$$i_t = -\frac{e_c}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}.$$

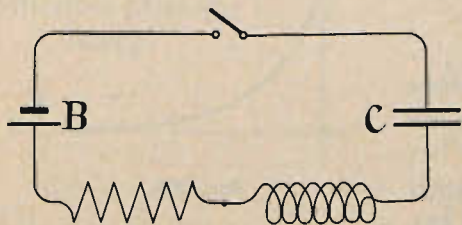


Rys. 285.

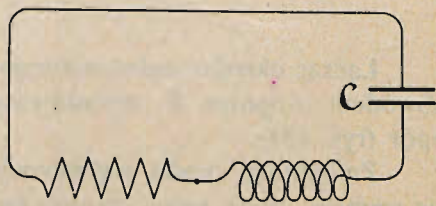
Prąd wyładowujący wyrazi się krzywą, wskazaną na rys. 285, z którego widać, że jest to krzywa, zupełnie symetryczna do wskazanej na rys. 283. W pierwszej chwili siła prądu będzie:

$$i_t = -\frac{e_c}{R}.$$

4. Obwód z pojemnością, oporem omicznym i samoindukcją. Jeżeli w takim obwodzie (rys. 286) mamy źródło prądu stałego w postaci ogniwa gal-



Rys. 286.



Rys. 287.

wanicznego, to tak samo jak poprzednio (§ 3) prąd będzie przebiegał tylko dotąd dopóki nie naładuje kondensatora.

Podobnie przy wyładowywaniu kondensatora, przez obwód wskazany na rys. 287, będzie płynął chwilowo prąd wyładowujący. Charakter zmienności prądu wyładowującego będzie taki sam jak prądu ładującego. W pierwszym przypadku

(rys. 286) w obwodzie będą czynne trzy siły elektromotoryczne E — siła elektromotoryczna źródła prądu, E_s — samoindukcji, E_c — pojemności. Wzór prawa Ohma będzie wtedy następujący:

$$i_t \cdot R = E + E_{ct} + E_{st}.$$

Wielkości E_{ct} i E_{st} można wyrazić jak następuje:

$$E_{ct} = -e_{ct} = -\frac{q_t}{C} = -\frac{\int i_t \cdot dt}{C},$$

$$E_{st} = -L \cdot \frac{di_t}{dt},$$

a więc:

$$i_t \cdot R = E - \frac{\int i_t \cdot dt}{C} - L \cdot \frac{di_t}{dt}.$$

Różniczkując to równanie względem t , otrzymamy równanie różniczkowe drugiego rzędu:

$$L \cdot \frac{d^2 i_t}{dt^2} + R \cdot \frac{di_t}{dt} + \frac{i_t}{C} = 0.$$

W drugim przypadku, gdy kondensator wyładowuje się (rys. 287), mamy tylko dwie siły elektromotoryczne: E_{st} i E_{ct} . Siła elektromotoryczna samoindukcji wyraża się tym samym wzorem jak poprzednio. Siła zaś elektromotoryczna kondensatora zależy od ładunku, który pozostał w chwili t na okładkach kondensatora, kierunek jej jest zgodny z prądem. Oznaczmy ilość elektryczności na każdej z okładek kondensatora przed wyładowaniem przez Q , to po upływie pewnego czasu na okładkach kondensatora będziemy mieli ładunek:

$$Q - \int i_t \cdot dt,$$

a przeto:

$$E_{ct} = \frac{Q - \int i_t \cdot dt}{C}.$$

Równanie, wyrażające zmienność prądu na zasadzie prawa Ohma, będzie:

$$i_t \cdot R = \frac{Q - \int i_t \cdot dt}{C} - L \cdot \frac{di_t}{dt}.$$

Różniczkując je względem t , otrzymamy równanie różniczkowe drugiego rzędu:

$$L \cdot \frac{d^2 i_t}{dt^2} + R \cdot \frac{di_t}{dt} + \frac{i_t}{C} = 0,$$

zupełnie takie samo jak dla prądu ładującego kondensator.

Temu równaniu różniczkowemu czyni zadość rozwiązanie:

$$i_t = A \cdot e^{kt},$$

A i k — czynniki stałe.

Podstawiając wyraz dla i_t w równanie różniczkowe, otrzymamy: ¹⁾

¹⁾ $\frac{di_t}{dt} = A \cdot k \cdot e^{kt}, \quad \frac{d^2 i_t}{dt^2} = A \cdot k^2 \cdot e^{kt}.$

$$k^2 + \frac{R}{L} \cdot k + \frac{1}{L \cdot C} = 0.$$

Rozwiązując to równanie względem k , otrzymamy:

$$k = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - 4 \frac{L}{C}}}{2L} \quad \dots \quad (a)$$

Jeżeli dwa pierwiastki powyższego równania oznaczmy przez: k_1 i k_2 , to równaniu różniczkowemu będą czynić zadość dwie funkcje:

$$\begin{aligned} i_1' &= A_1 \cdot e^{k_1 t}, \\ i_1'' &= A_2 \cdot e^{k_2 t}. \end{aligned}$$

Ogólne rozwiązanie równania różniczkowego otrzymamy, biorąc sumę powyższych funkcji:

$$i_t = A_1 \cdot e^{k_1 t} + A_2 \cdot e^{k_2 t} \quad \dots \quad (b)$$

Dla wyznaczenia stałych współczynników A_1 i A_2 , ze wzoru siły prądu wyprowadzimy wzór ilości elektryczności wyładowanej z kondensatora. Oznaczmy tę ilość przez q_t , wtedy:

$$q_t = \int_0^t i_t \cdot dt,$$

$$q_t = \left(\frac{A_1}{k_1} \cdot e^{k_1 t} + \frac{A_2}{k_2} \cdot e^{k_2 t} \right) - \left(\frac{A_1}{k_1} + \frac{A_2}{k_2} \right) \quad \dots \quad (c)$$

Założmy, że w chwili $t=0$, $i_t=0$, a po upływie nieskończenie długiego czasu $q_t = Q$; Q jest to ładunek na okładkach kondensatora w chwili $t=0$; po upływie nieskończenie długiego czasu ładunek ten wyładowuje się.

Przy $t=0$, z równania (b) będziemy mieli:

$$A_1 + A_2 = 0.$$

Przy $t=\infty$, uwzględniając, że k_1 i k_2 są wielkości ujemne¹⁾, z równania (c) otrzymamy:

$$-Q = \frac{A_1}{k_1} + \frac{A_2}{k_2}.$$

Z tych dwóch równań wynika, że:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{Q}{\frac{1}{k_2} - \frac{1}{k_1}}, \\ A_2 &= \frac{Q}{\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2}}. \end{aligned}$$

¹⁾ Patrz wyraz (a).

Wzór, wyrażający prąd i_t , przybiera różną postać zależnie od wartości oporu omicznego w obwodzie w porównaniu z wielkością samoindukcji i pojemności.

Gdy w wyrazie (a) $R^2 > 4 \frac{L}{C}$, wzór dla prądu ma postać (b) i dalej uproszczony być nie może.

Gdy $R^2 = 4 \frac{L}{C}$, wyraz (a) dla k ma tylko jedną wartość, wtedy ogólne rozwiązanie równania różniczkowego ma inną postać:

$$i_t = A_1 \cdot e^{k \cdot t} + A_2 \cdot t \cdot e^{k \cdot t}.$$

Całkując to równanie w granicach od 0 do t , otrzymamy wzór na ilość elektryczności q_t , wyładowanej z kondensatora w czasie od 0 do t .

$$q_t = (A_3 \cdot e^{k \cdot t} + A_4 \cdot t \cdot e^{k \cdot t}) - A_3.$$

A_3 i A_4 — nowe stałe spółczynniki.

Uwzględniając, że k jest ujemne i zakładając, że przy $t = \infty$, $q_t = Q$, otrzymamy: ¹⁾

$$A_3 = -Q,$$

$$q_t = (-Q \cdot e^{k \cdot t} + A_4 \cdot t \cdot e^{k \cdot t}) + Q.$$

Z tego wzoru wyznaczmy z powrotem wzór dla i_t :

$$i_t = \frac{dq_t}{dt},$$

$$i_t = (A_4 - Q \cdot k) e^{k \cdot t} + A_4 \cdot k \cdot t \cdot e^{k \cdot t}.$$

Przy $t = 0$, $i_t = 0$, więc:

$$A_4 - Q \cdot k = 0,$$

$$A_4 = Q \cdot k,$$

a wzór dla prądu będzie:

$$i_t = Q \cdot k^2 \cdot t \cdot e^{k \cdot t}.$$

Ze wzoru (a), przy $R^2 = 4 \frac{L}{C}$:

$$k = -\frac{R}{2L},$$

a według założenia:

$$R^2 = 4 \frac{L}{C},$$

podstawiając te dwa wyrazy we wzór dla i_t , otrzymamy:

$$i_t = \frac{Q}{C \cdot L} \cdot t \cdot e^{-\frac{R \cdot t}{2L}}.$$

¹⁾ Wyraz $A_4 \cdot t \cdot e^{kt}$ przy $k < 0$ i $t = \infty$ równa się zeru, ponieważ rozwijając e^{kt} w szereg łatwo spostrzedz, że t pozostaje tylko w mianowniku.

Wreszcie może być jeszcze trzeci przypadek, gdy $R^2 < 4 \frac{L}{C}$, wtedy wielkość k [wzór (a)] staje się urojona. Można jednak za pomocą odpowiednich przekształceń matematycznych otrzymać dla prądu i w tym przypadku wyraz rzeczywisty. Ogólne rozwiązanie równania różniczkowego pozostaje w tym przypadku takie jak przy $R^2 > 4 \frac{L}{C}$:

$$i_t = A_1 \cdot e^{k_1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{k_2 \cdot t}.$$

Przekształćmy przedewszystkiem wyraz (a) dla k :

$$k = -\frac{R}{2L} \pm \frac{\sqrt{R^2 - 4 \frac{L}{C}}}{2L} = -\frac{R}{2L} \pm \frac{\sqrt{4 \frac{L}{C} - R^2}}{2L} \cdot \sqrt{-1}.$$

Wprowadźmy następnie oznaczenia:

$$\sqrt{-1} = j,$$

$$\frac{\sqrt{4 \frac{L}{C} - R^2}}{2L} \cdot t = \alpha. \quad \dots \quad (d)$$

gdzie α jest liczbą oderwaną.¹⁾

Wprowadzając te oznaczenia we wzór prądu, otrzymamy:

$$i_t = e^{-\frac{Rt}{2L}} \left(A_1 \cdot e^{\alpha j} + A_2 \cdot e^{-\alpha j} \right).$$

Na podstawie szeregu Maclaurina łatwo wyrazić część wzoru zawartą w nawiasach za pomocą sinusa i cosinusa kąta, którego wielkość wynosi α :

$$A_1 \cdot e^{\alpha j} + A_2 \cdot e^{-\alpha j} = (A_1 + A_2) \cdot \cos \alpha + j \cdot (A_1 - A_2) \sin \alpha.$$

Wprowadźmy oznaczenia:

$$A_1 + A_2 = K_1,$$

$$A_1 - A_2 = -j \cdot K_2,$$

wtedy:

$$A_1 \cdot e^{\alpha j} + A_2 \cdot e^{-\alpha j} = K_1 \cdot \cos \alpha + K_2 \cdot \sin \alpha.$$

Sumę cosinusoidey i sinusoidy można wyrazić za pomocą sinusoidy²⁾, a więc:

$$A_1 \cdot e^{\alpha j} + A_2 \cdot e^{-\alpha j} = B \cdot \sin(\alpha + \varphi),$$

jeżeli:

$$B = \sqrt{K_1^2 + K_2^2}, \quad \text{a} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{K_1}{K_2}.$$

¹⁾ Wypada to z wymiarów dla L , R i C patrz rozdział XXVII.

²⁾ Patrz rozdział XIII § 5.

Rzeczywisty wyraz dla prądu będzie ostatecznie:

$$i_t = B \cdot e^{-\frac{Rt}{2L}} \cdot \sin(\alpha + \varphi),$$

albo, jeżeli wprowadzimy oznaczenie:

$$\alpha = \frac{2\pi t}{T} \cdot \dots \dots \dots (e)$$

$$i_t = B \cdot e^{-\frac{Rt}{2L}} \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right).$$

Wyznaczmy teraz stałe czynniki B i φ .

Przy $t = 0$, $i_t = 0$, więc:

$$0 = B \cdot \sin \varphi.$$

B nie może być równe zero, ponieważ w takim razie prąd zawsze byłby równy zero, przeto:

$$\sin \varphi = 0,$$

a zatem może być $\varphi = 0$ i

$$i_t = B \cdot e^{-\frac{Rt}{2L}} \cdot \sin \frac{2\pi t}{T} \cdot \dots \dots \dots (f)$$

Dla wyznaczenia B znajdujemy wzór na ilość elektryczności wyładowanej w ciągu czasu t .

$$q_t = \int_0^t i_t \cdot dt.$$

$$q_t = B' \cdot e^{-\frac{Rt}{2L}} \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi'\right) - B' \cdot \sin \varphi'.$$

B' — nowy stały współczynnik.

Założmy, że przy $t = \infty$, $q_t = Q$, wtedy:

$$-Q = B' \cdot \sin \varphi',$$

$$B' = -\frac{Q}{\sin \varphi'}.$$

Przechodząc z powrotem od ilości elektryczności do prądu, otrzymamy:

$$i_t = \frac{dq_t}{dt},$$

$$i_t = \frac{Q \cdot e^{-\frac{Rt}{2L}}}{\sin \varphi'} \left[\frac{R}{2L} \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi'\right) - \frac{2\pi}{T} \cdot \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi'\right) \right] \cdot \dots \dots (g)$$

Przy $t = 0$, $i_t = 0$, przeto:

$$\frac{R}{2L} \cdot \sin \varphi' - \frac{2\pi}{T} \cdot \cos \varphi' = 0,$$

stąd:

$$\begin{aligned} \operatorname{tang} \varphi' &= \frac{\frac{2\pi}{T}}{\frac{R}{2L}}, \\ \sin \varphi' &= \frac{\frac{2\pi}{T}}{\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{4\pi^2}{T^2}}} \dots \dots \dots (h) \end{aligned}$$

Wyrażając różnicę sinusoidy i cosinusoidy przez sinusoidę, wzór (g) przekształcimy na:

$$i_t = \frac{Q \cdot e^{-\frac{Rt}{2L}} \cdot \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{4\pi^2}{T^2}}}{\sin \varphi'} \cdot \sin \left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi' \right).$$

Zestawiając ten wzór ze wzorem (f) na stronie 259, otrzymamy:

$$B = \frac{Q \cdot \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{4\pi^2}{T^2}}}{\sin \varphi'}, \text{ a } \varphi'' = 0.$$

Wprowadzając wartość dla $\sin \varphi'$ ze wzoru (h), otrzymamy:

$$B = \frac{Q \cdot \left(\frac{R^2}{4L^2} + \frac{4\pi^2}{T^2} \right)}{\frac{2\pi}{T}}.$$

Według wzorów (d) na stronie 258 i (e) na stronie 259

$$\frac{2\pi}{T} = \frac{\sqrt{\frac{4L}{C} - R^2}}{2L} \dots \dots \dots (l)$$

Wprowadzając ten wyraz do poprzedniego wzoru, otrzymamy:

$$B = \frac{2 \cdot Q}{\sqrt{4L \cdot C - R^2 \cdot C^2}}.$$

Ostateczny więc wyraz prądu będzie:

$$i_t = \frac{2 \cdot Q}{\sqrt{4L \cdot C - R^2 \cdot C^2}} \cdot e^{-\frac{Rt}{2L}} \cdot \sin \frac{2\pi t}{T}.$$

Okres zmienności tego prądu T , wyraża się, jak widać ze wzoru (l), wzorem:

$$T = 4\pi \frac{L \cdot C}{\sqrt{4L \cdot C - R^2 \cdot C^2}}.$$

Zestawimy teraz wyniki powyższych rozumowań.

Gdy $R^2 > \frac{4L}{C}$:

$$i_t = A_1 \cdot e^{k_1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{k_2 \cdot t} \quad \dots \quad \text{I}$$

$$k_1 = \frac{-R^2 + \sqrt{R^2 - \frac{4L}{C}}}{2L}$$

$$k_2 = \frac{-R^2 - \sqrt{R^2 - \frac{4L}{C}}}{2L}$$

$$A_1 = \frac{Q}{\frac{1}{k_2} - \frac{1}{k_1}},$$

$$A_2 = -\frac{Q}{\frac{1}{k_2} - \frac{1}{k_1}}.$$

Przy $R^2 = \frac{4L}{C}$:

$$i_t = \frac{Q}{C \cdot L} \cdot t \cdot e^{-\frac{R \cdot t}{2L}} \quad \dots \quad \text{II}$$

Ten przypadek nazywa się często przypadkiem najszybszego wyładowania.

Przy $R^2 < \frac{4L}{C}$:

$$i_t = \frac{2Q}{\sqrt{4L \cdot C - R^2 \cdot C^2}} \cdot e^{-\frac{R \cdot t}{2L}} \cdot \sin \frac{2\pi t}{T} \quad \dots \quad \text{III}$$

$$T = 4\pi \frac{L \cdot C}{\sqrt{4L \cdot C - R^2 \cdot C^2}}.$$

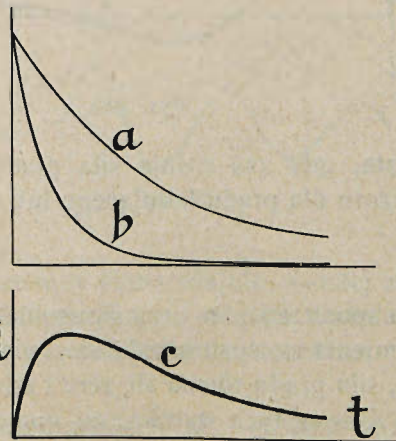
Na rys. 288 wykreślona jest krzywa (c), wyrażająca zależność siły prądu od czasu, odpowiadająca równaniu I.

Rzędne tej linii są różnicą rzędnych dwóch innych krzywych (a) i (b), wykreślonych na podstawie wzorów:

$$A_1 \cdot e^{k_1 \cdot t} \quad \text{ i } \quad A_2 \cdot e^{k_2 \cdot t}.$$

Stromość tych linii jest różna, ponieważ niezależnie od znaku $k_2 > k_1$.

Na rys. 289 wykreślona jest krzywa (c) przedstawiająca zależność prądu od czasu,



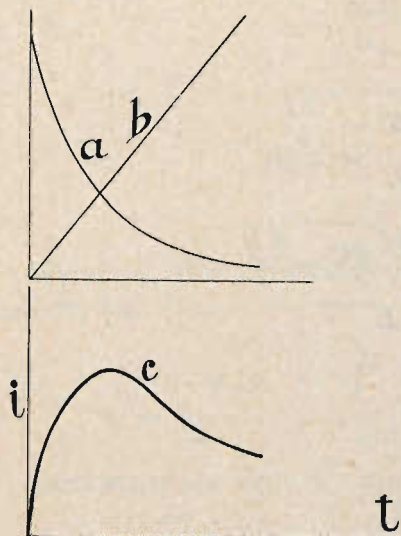
Rys. 288.

wyrażoną przez równanie II. Rzędne tej krzywej stanowi iloczyn rzędnych krzywej (a) i prostej (b). Krzywa (a) jest wykreślona według wzoru:

$$\varepsilon = \frac{R t}{2 L},$$

prosta zaś (b) według wzoru:

$$\frac{Q}{L \cdot C} \cdot t.$$



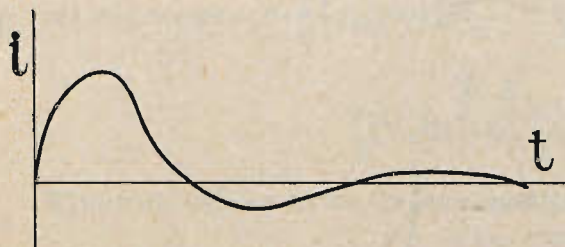
Rys. 289.

W przypadkach wskazanych na rys. 288 i 289 prąd zachowuje stały kierunek, i wzrósłszy do pewnego maximum, następnie zmniejsza się stopniowo do zera po upływie nieskończenie długiego czasu.

Na rys. 290 wykreślona jest krzywa, przedstawiająca zmienność siły prądu w zależności od czasu, wyrażoną przez równanie III. Tutaj prąd zmienia kierunek okresowo. Długość okresu jest wielkością stałą, natomiast maksymalna siła prądu (amplituda) zmniejsza się stopniowo według krzywej logarytmicznej:

$$i = \frac{2 Q}{\sqrt{4 L \cdot C - R^2 \cdot C^2}} \cdot \varepsilon^{-\frac{R t}{2 L}}.$$

Krzywa prądu ma postać nieco odkształconej sinusoidy; wtedy mówimy, że w obwodzie powstają drgania elektryczne stopniowo zanikające. Z punktu widzenia



Rys. 290.

energietycznego mamy tu zjawisko następujące. Kondensator naładowany (rys. 287) zawiera zasób energii w polu elektrycznym, a wokoło całego obwodu, szczególnie zaś wewnątrz zwojnicy, znajduje się energia pola magnetycznego. Gdy na okładkach kondensatora napięcie się wzmacnia, zasób energii pola elektrycznego

wzrasta, gdy zaś rośnie siła prądu, przybywa energii do pola magnetycznego. Ze wzoru dla prądu ładującego lub wyładowującego kondensator:

$$i_t = C \cdot \frac{d e_t}{d t}$$

łatwo spostrzedz, że przy sinusoidalnej zmienności prądu napięcie na kondensatorze zmienia się cosinusoidalnie, więc gdy mamy maximum napięcia na kondensatorze, siła prądu równa się zero i odwrotnie.

Z uwag tych wynika, że energia przenosi się tu z pola magnetycznego do elektrycznego i z powrotem z elektrycznego do magnetycznego, jednocześnie

jednak pod wpływem oporu omicznego pewna część jej zamienia się na ciepło, wywołując stałe zmniejszanie się energii elektromagnetycznej. Po upływie nieskończonego długiego czasu cała energia elektromagnetyczna obwodu zamieni się na ciepło. Skutkiem tego właśnie drgania elektryczne są tu zanikające. Stały okres tych drgań wynosi:

$$T = 4 \pi \frac{L C}{\sqrt{4 L \cdot C - R^2 \cdot C^2}}$$

Zależy on tylko od współczynnika samoindukcji, pojemności i oporu omicznego obwodu i dla tego nazywa się **okresem własnym drgań elektrycznych** tego obwodu. Ładunki elektryczne, znajdujące się w obwodzie, wprowadzone w ruch przez jakiś, chwilowo istniejący bodziec, poruszają się w obwodzie, wytwarzając prąd o powyższym okresie, zupełnie podobnie jak sprężyna, umocowana w jednym końcu, odgięta i pozostawiona samej sobie waha się z określoną częstością drgań, jej właściwą.

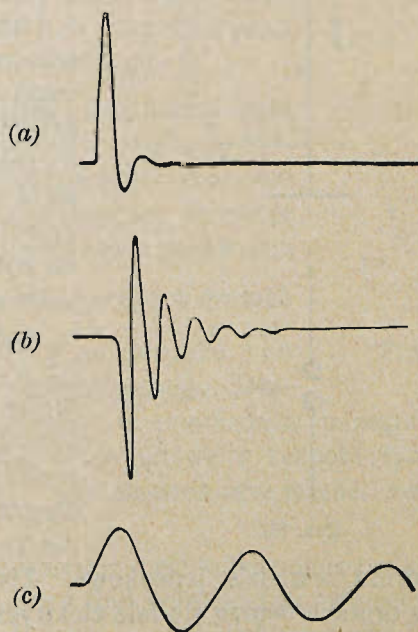
Wszystkie wywody teoretyczne, podane powyżej, są zupełnie zgodne z wynikami doświadczeń. Jako przykład podaję na rys. 291 (a) (b) (c) krzywe, otrzymane za pomocą oscylografu¹⁾, wyrażające zależność prądu od czasu w przypadku wyładowania wahadłowego (oscylacyjnego) kondensatora.

Rys. 291 (a) odpowiada przypadkowi, gdy w obwodzie mamy duży opór omiczny, skutkiem czego drgania zanikają bardzo szybko. Na rys. 291 (b) widzimy drgania elektryczne przy małym oporze omicznym, małej samoindukcji i małej pojemności, a na rys. 291 (c) również przy małym oporze omicznym, lecz przy dużej samoindukcji i pojemności.

Gdy opór omiczny obwodu jest bardzo mały, własności prądu i obwodu będą wyrażone w przybliżeniu poprzednimi wzorami przy założeniu, że $R = 0$, wtedy:

$$i_t = \frac{Q}{\sqrt{L \cdot C}} \cdot \sin \frac{2 \pi t}{T},$$

$$T = 2 \pi \sqrt{L \cdot C} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (i)$$



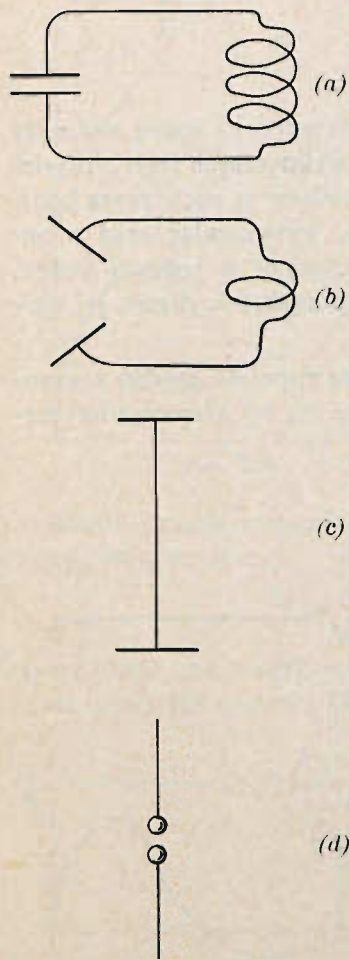
Rys. 291.

W tym przypadku mamy prąd dokładnie zmienny sinusoidalnie o stałej amplitudzie, prąd ten będzie płynął wiecznie, tak jak sprężyna, raz odgięta, wahałaby się wiecznie, gdyby nie było oporu powietrza i tarcia pomiędzy cząsteczkami.

¹⁾ Rysunek przedstawia wierną kopję zdjęć fotograficznych. O oscylografie patrz rozdział XXXIV.

Okres własny drgań elektrycznych jest tu mniejszy niż w przypadku obecności oporu omicznego.

5. Fale elektryczne w drutach. Obwód, w którym odbywają się wyładowania wahadłowe, przybrać może postać zupełnie inną, która jednak w istocie rzeczy jest tylko odmianą poprzedniego obwodu. Na rys. 292 (a) widzimy obwód taki sam, jaki rozważaliśmy w paragrafach poprzednich; obwód na rys. 292 (b) różni się od poprzedniego tylko tym, że okładki kondensatora są nieco rozsunięte, a liczba zwojów zwojownicy zmniejszona. Na rys. 292 (c) mamy obwód, którego utworzył się przez dalsze rozsuwanie okładek kondensatora i wyprostowanie drutu. Wreszcie na rys. 292 (d) widzimy dwa druty zaopatrzone w środku w kulki, pomiędzy którymi może przeskakiwać iskra i uzupełniać przerwany przewodnik; ten obwód otrzymamy z poprzedniego, zmniejszając odpowiednio wymiary płytek kondensatora.



Rys. 292.

Układ dwóch drutów, wskazany na rys. 292, (d) nazywa się oscylatorem Hertza. Gdy kulki oscylatora połączymy z biegunami jakiegokolwiek przyrządu, wytwarzającego wysokie napięcie elektryczne, pomiędzy kulkami przeskoczy iskra i nastąpi wyładowanie; będzie ono wahadłowe i cały przebieg zjawiska odbędzie się w sposób podobny do wskazanego w paragrafie poprzednim.

Pojemność drutów i współczynnik samoindukcji są tu małe, więc okres zmian prądu będzie bardzo mały; wynika to ze wzoru (i) na str. 263. W tych warunkach droga, przebyta w ciągu jednego okresu wzdłuż drutów, przez zmiany elektromagnetyczne w eterze otaczającym drut, jest tego samego rzędu co długość drutów. Napięcie i siła prądu elektrycznego nie są w danej chwili wzdłuż górnego lub dolnego

drutu wszędzie jednakowe. Zjawisko zazwyczaj odbywa się w ten sposób, że w drutach tworzą się fale elektryczne stojące. Fala prądu ma strzałkę w tym miejscu, gdzie przeskakuje iskra (rys. 293), strzałki zaś fali napięcia, czyli ściślej, potencjału elektrycznego względem ziemi będą się znajdowały na końcach drutów. Zanim się te fale stojące utworzą w obie strony od iskry, będziemy mieli fale bieżące.

Z teorii fal wiemy, że długość fali λ można wyrazić wzorem w zależności od szybkości ruchu zmian tworzących fale — v i długości okresu drgań wywołujących fale T , a mianowicie:

$$\lambda = v \cdot T.$$

Zmiany elektromagnetyczne przenoszą się w eterze z prędkością $3 \cdot 10^{10} \frac{cm}{sek.}$, więc jeżeli np. $T = 10^{-8} sek.$, to:

$$\lambda = 3 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8} = 300 cm,$$

a przeto:

$$\frac{\lambda}{4} = 75 cm.$$

Ćwierć fali odpowiada długości jednego drutu na rys. 293. Jeżeli więc ten drut będzie miał długość 75 cm, to w nim mogą powstać fale stojące, odpowiadające okresowi drgań 10^{-8} sekundy, t. j. stu milionom drgań w ciągu jednej sekundy.

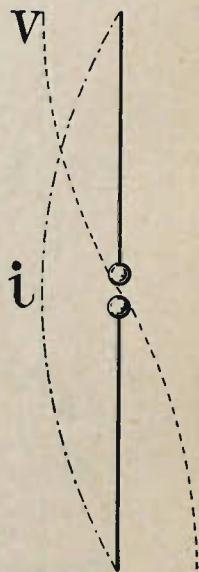
Wzdłuż drutów przy zmianach potencjału elektrycznego na końcach powstają zawsze fale elektromagnetyczne, ilekroć druty są dość długie, a częstość drgań elektrycznych dostatecznie wielka.

Rozważając bieg fal w drutach, trzeba mieć na względzie, że ruch fali elektrycznej wzdłuż drutu nie jest ruchem elektryczności w przewodniku, lecz ruchem zmian elektromagnetycznych w eterze otaczającym przewodnik. Przedewszystkiem więc wzdłuż przewodników biegają fale w eterze i te następnie wywołują przesunięcia ładunków elektrycznych w tych przewodnikach.¹⁾

6. Fale elektromagnetyczne swobodne. Gdy mamy układ wskazany na rys. 292 (d), to, przy wyładowaniach pomiędzy kulkami, w przestrzeni otaczającej powstają zmienne pola: elektryczne i magnetyczne. Zmiany elektryczne i magnetyczne w eterze przenoszą się w kierunku od drutów w przestrzeń z prędkością $3 \cdot 10^{10} \frac{cm}{sek.}$ i skutkiem zmienności prądu istniejącego w drutach

tworzą fale. Wzdłuż tych fal mamy zmienne co do kierunku i co do wielkości natężenia pola elektrycznego i magnetycznego. Długość fal zależy, jak to widać ze wzoru podanego w poprzednim paragrafie, od częstości drgań prądu w drutach. Aby zdać sobie sprawę z zespołu tych pól: elektrycznego i magnetycznego, tworzących fale elektromagnetyczne, zwróćmy uwagę na kształt odpowiednich linii sił.

Jako przykład weźmiemy oscylator najprostszy: dwie kulki pomiędzy którymi przeskakuje iskra. Zanim iskra przeskoczy, układ linii pola elektrycznego jest taki, jak wskazano na rys. 294 (a). Gdy powstaje iskra — ruch elektryczności — linie stopniowo zmieniają kształt tak, jak to wskazano na rys. 294 (b), (c) i (d), potem kulki naładowują się odwrotnie: dolna ujemnie, a górna dodatnio, skutkiem czego powstają linie sił kierunku odwrotnego i t. d. Przy ruchu elektryczności wokoło iskry wytwarzają się i linie sił magnetycznych, które mają kształt kół; płaszczyzny tych kół są prostopadłe do osi iskry, a środki leżą na tej osi. Układ linii szeregu

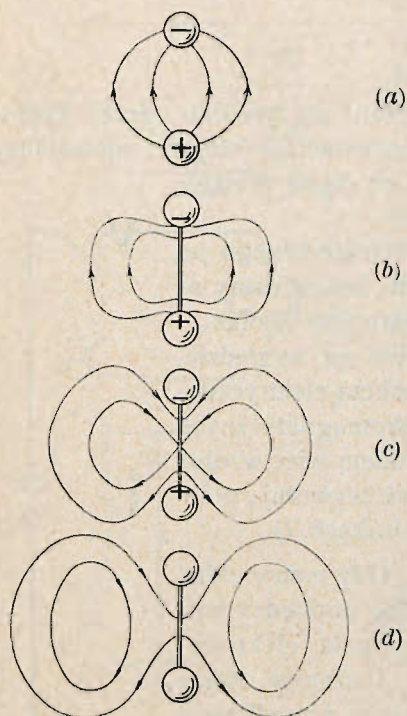


Rys. 293.

¹⁾ Niektóre szczegóły o falach powstających w drutach czytelnik znajdzie w III T. Zasad fizyki pr. A. Witkowskiego str. 615.

fal magnetycznych i elektrycznych wytworzonych przez ruch elektryczności pomiędzy kulkami pokazany jest w dwóch prostopadłych do siebie płaszczyznach na rys. 295.¹⁾

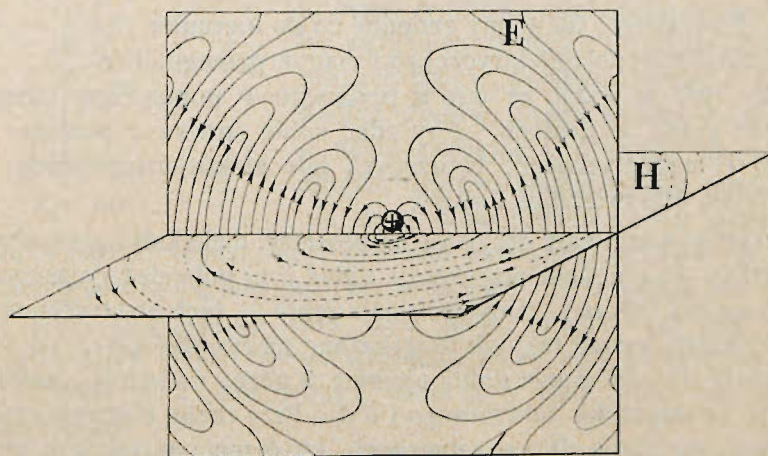
Fale te biegną we wszystkie strony. Zjawisko takie czasem nazywamy promieniowaniem oscylatora. W falach tych przenosi się pewien zasób energii, mówimy więc, że oscylator wypromieniowuje energję. Na tem właśnie polega zasadnicza różnica pomiędzy obwodami rys. 292 (a) i 292 (d).



Rys. 294.

Gdy w obwodzie rys. 292 (a) przy drganiach elektrycznych energia przenosi się głównie z pola elektrycznego kondensatora do pola magnetycznego zwojnicy i z powrotem, oscylator [rys. 292 (d)], wywołuje wprowadzie także przemianę energii pola elektrycznego w energję pola magnetycznego i odwrotnie, ale przytem znaczną część energii wypromieniowuje w przestrzeń. Drgania elektryczne w obwodzie [rys. 292 (a)] trwają dość długo, gdy opór omiczny obwodu jest mały, drgania zaś elektryczne w oscylatorze [rys. 292 (d)] zanikają prędko, o ile niema dopływu energii.

Fale elektromagnetyczne, biegnące w przestrzeń, gdy napotkają przewodnik, wywołują



Rys. 295.

¹⁾ Szczegóły o powstawaniu fal elektromagnetycznych czytelnik znajdzie w III T. Zasad fizyki pr. A. Witkowskiego, str. 624.

ją w nim ruch elektryczności t. j. prąd elektryczny. Za pomocą tego prądu można wykryć obecność fal elektromagnetycznych.

Na tej własności fal elektromagnetycznych oparte jest urządzenie telegrafu bez drutu, inaczej telegrafu iskrowego.

Dla przykładu rozważmy według Kennelly'ego przenoszenie się energii przy telegrafii iskrowej.

Stacja wysyłająca zaopatrzona jest w oscylator (rys. 296), składający się z dwóch kulek *a* i *b*, z których jedna *b* jest połączona z ziemią, a druga z wysokim drutem *ac* (anteną) i z jednym biegunem źródła prądu, którego drugi biegun jest połączony z ziemią. Gdy kulka *a* z drutem *ac* naładowuje się do odpowiedniego potencjału, następuje wyładowanie wahadłowe i z przewodnika *ac* wybiegają fale elektromagnetyczne, które jednak bardzo szybko zanikają z powodu wyczerpania się energii. Pierwsza fala zawierać będzie energii najwięcej, więc w przybliżeniu można przyjąć, że cała energia, zawarta w naładowanym przewodniku *ac*, znajduje się w pierwszej fali.

Założmy, że przewodnik *ac* został naładowany do potencjału wynoszącego $3 \cdot 10^4$ V.; pojemność tego przewodnika jest 0,01 mikrofarada¹⁾, czyli 10^{-8} faradów; na zasadzie wzoru, przytoczonego w rozdziale XXI dla obliczenia energii kondensatora naładowanego, otrzymujemy:

$$A = \frac{e^2 \cdot C}{2} = \frac{(3 \cdot 10^4)^2 \cdot 10^{-8}}{2} = 4,5 \text{ dżaulów},$$

co wynosi mniej więcej 0,46 *kgm* lub też $4,5 \cdot 10^7$ ergów. Jeżeli przypuścimy, że ilość energii ciepła i światła, wydzielająca się przy tem zjawisku, jest znikomo mała, to cała energia ładunku przechodzi do fali elektromagnetycznej, wybiegającej z przewodnika.

Fala elektromagnetyczna od przewodnika *ac* rozchodzi się w postaci półkuli, której środek znajduje się u podstawy drutu *ac*; długość fali wynosi w tym razie poczwórną wziętą długość drutu *ac*, czyli długość tego drutu stanowi czwartą część długości fali. Przyjmując długość drutu *ac* za 30 *m*, otrzymamy całkowitą długość fali:

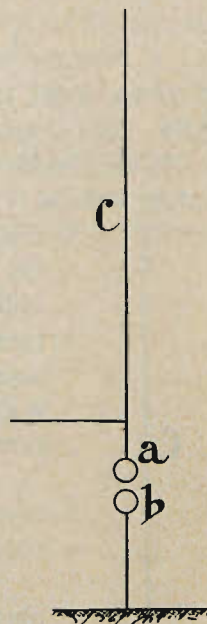
$$30 \cdot 4 = 120 \text{ m}.$$

Kiedy odległość przodu fali od wysyłającego drutu będzie wynosiła 10 *km*, to objętość przestrzeni zajętej przez falę oblicza się w przybliżeniu według wzoru:

$$2\pi \cdot (10^6)^2 \cdot 12 \cdot 10^3 = 7,54 \cdot 10^{16} \text{ cm}^3.$$

Ilość energii, przypadająca na 1 *cm*³ objętości fali, wynosi:

$$\frac{4,5 \cdot 10^7}{7,54 \cdot 10^{16}} = 6 \cdot 10^{-10} \text{ ergów}.$$



Rys. 296.

¹⁾ Jest to właściwie pojemność kondensatora, utworzonego z przewodnika *ac* i ziemi.

Energja ta zawiera się w połowie ($3 \cdot 10^{-10}$ ergów) w polu magnetycznem i w połowie w polu elektrycznem. Przyjmując dla uproszczenia obliczeń równomierny rozkład energji w fali, otrzymamy wzory do obliczenia natężeń elektrycznego i magnetycznego. Energja w jednostce objętości wyraża się przez natężenie pola za pomocą wzorów, wskazanych poprzednio w rozdziałach XIX i XXI. Korzystając z tych wzorów i uważając przenikliwość magnetyczną i stałą dielektryczną dla powietrza za równe jednostce, otrzymamy:

$$\frac{E^2}{8\pi} = 3 \cdot 10^{-10} \text{ ergów}$$

$$\text{i} \quad \frac{H^2}{8\pi} = 3 \cdot 10^{-10} \text{ ergów,}$$

stad $H = 8,68 \cdot 10^{-5}$ absolutnych jednostek elektromagnetycznych, zaś $E = 8,68 \cdot 10^{-5}$ absolutnych jednostek elektrostatycznych.

Na stacji odbiorczej znajduje się także pionowy drut c (rys. 297), połączony np. przez koherer¹⁾ z ziemią. Fala elektromagnetyczna uderzając w drut odbiera-



cza, wzbudza w tym drucie siłę elektromotoryczną, która pochodzi od działania pola elektrycznego i pola magnetycznego. Dla obliczenia siły elektromotorycznej, pochodzącej od pola magnetycznego, możemy posługiwać się tym samym wzorem, który stosuje się w teorii działania dynamoszyn. Siła elektromotoryczna w drucie wyraża się ilością linii sił przecinanych na sekundę przez przewodnik.

Ilość linii sił magnetycznych, przypadających na 1 cm^2 płaszczyzny prostopadłej do linii, równa się ilości jednostek natężenia pola magnetycznego w tem miejscu.

W rozważanej fali ilość linii sił, przypadająca na 1 cm^2 płaszczyzny leżącej wzdłuż kierunku ruchu fali, wynosi:

$$8,68 \cdot 10^{-5};$$

linje te biegna z prędkością $3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sek.}$ Jeżeli wysokość drutu odbierającego wynosi 30 m , a odległość od stacji wysyłającej 10 km , to siła elektromotoryczna, powstająca w tym drucie od pola magnetycznego, wyniesie:

$$8,68 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{10} = 78,12 \cdot 10^8$$

Rys. 297. absolutnych jednostek elektromagnetycznych, czyli $78,12 \text{ V}$.

Elektryczna część fali wzbudza również siłę elektromotoryczną, którą możemy obliczyć, przyjmując pod uwagę, że natężenie pola elektrycznego jest to siła elektromotoryczna, przypadająca na długość 1 cm . Kierunek natężenia pola elektrycznego w fali jest pionowy, odpowiada więc kierunkowi drutu odbiorczego, który jest również pionowy. Na zasadzie powyższego wypada, że w każdym cm drutu pole

¹⁾ Koherer jest to rurka szklana napełniona opilkami metalowymi, w końcach rurki są zatopione dwa druty. W normalnych warunkach taka rurka nie przepuszcza prądu z ogniwa elektrycznego; gdy jednak przez nią przejdzie wyładowanie elektryczne o wyższym napięciu, rurka staje się przewodnikiem i dla prądu z ogniwa.

elektryczne wzbudza siłę elektromotoryczną, wynoszącą $8,68 \cdot 10^{-5}$ absolutnych elektrostatycznych jednostek, czyli $8,68 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-8} = 0,02604$ V. ¹⁾ Ponieważ długość całkowita drutu wynosi 3000 *cm*, cała siła elektromotoryczna wyniesie $0,02604 \cdot 3000 = 78,12$ V., to jest tyleż, co i od części magnetycznej fali.

Pod wpływem tej siły elektromotorycznej powstaje w drucie odbierającym ruch elektryczności, który wprawia w działanie przyrządy sygnalizacyjne. Zależność wielkości omawianej siły elektromotorycznej od odległości pomiędzy stacją odbiorczą i wysyłającą daje się łatwo wyprowadzić stąd, że ilość energii, przypadająca na 1 *cm*³ fali, zmienia się w odwrotnym stosunku do drugiej potęgi odległości fali od źródła; natężenie więc pól elektrycznego i magnetycznego pozostaje w stosunku odwrotnym do pierwszej potęgi tej odległości, a stąd wypada, że i siła elektromotoryczna w drucie odbiorczym zmniejszy się tyle razy, ile razy wzrośnie odległość dwóch stacji.

Z tego przykładu widzimy, że przesyłając energję elektromagnetyczną za pomocą fal, otrzymujemy na stacji odbiorczej względnie tylko małą cząstkę napięcia elektrycznego, które zastosowaliśmy na stacji wysyłającej, przyczyną tego jest przedewszystkiem rozpraszanie się energii we wszystkie strony.

¹⁾ Patrz rozdział XXVII § 11.